Implementasi Determinan Untuk Analisis Stabilitas Struktur Bangunan

Ferdin Arsenarendra Purtadi - 13523117[1]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]arxenarendra@gmail.com, 13523117@std.stei.itb.ac.id

***Abstrak*—Analisis stabilitas struktur merupakan aspek krusial dalam memastikan keamanan dan keandalan bangunan terhadap berbagai beban eksternal. Penelitian ini mengkaji penggunaan determinan matriks kekakuan sebagai pendekatan matematis untuk mengevaluasi stabilitas dan respons struktur. Dengan bantuan program berbasis Python, model struktur dianalisis untuk menentukan kestabilan dan menghitung deformasi akibat beban. Penelitian ini bertujuan untuk memberikan metode yang praktis dan efektif bagi para profesional di bidang teknik sipil dalam merancang struktur yang aman dan efisien.**

***Kata Kunci*— Stabilitas Struktur, Determinan, Deformasi.**

I. LATAR BELAKANG

Bangunan memainkan peran penting dalam kehidupan manusia, baik sebagai tempat tinggal, fasilitas publik, maupun infrastruktur yang mendukung aktivitas sosial dan ekonomi. Dalam dunia teknik sipil dan arsitektur, penting untuk memastikan bahwa struktur tetap stabil karena kegagalan struktur dapat menyebabkan kerugian yang signifikan baik dari segi material, waktu, maupun keselamatan jiwa. Oleh karena itu, analisis stabilitas struktur telah menjadi bagian penting dari proses perancangan, pembuatan, dan pemeliharaan struktur.

Dalam ilmu rekayasa, stabilitas struktur bangunan sering kali ditentukan melalui analisis matematis menggunakan matriks kekakuan. Matriks kekakuan menggambarkan hubungan antara gaya yang diterapkan pada suatu struktur dan deformasi yang dihasilkannya. Salah satu cara penting untuk menentukan stabilitas struktur adalah dengan menentukan matriks kekakuan. Adanya singularitas dalam sistem dapat menunjukkan kondisi tidak stabil, dan nilai determinan yang hampir nol menunjukkan hal ini. Ketidakstabilan ini dapat disebabkan oleh banyak hal, seperti desain yang tidak ideal, distribusi beban yang tidak merata, sifat material yang tidak mendukung, atau kondisi batas yang salah.

Bangunan modern seperti stadion olahraga, gedung pencakar langit, dan infrastruktur besar lainnya semakin kompleks. Kompleksitas ini mencakup berbagai elemen struktur yang saling terhubung, variasi ukuran dan material, dan gaya dinamis yang bekerja pada struktur, seperti gempa, angin, atau perubahan suhu. Hal ini membuat analisis stabilitas semakin sulit. Dalam situasi seperti ini, metode elemen hingga (FEM) adalah salah satu metode yang sangat membantu. FEM memungkinkan insinyur untuk memodelkan struktur kompleks dengan membaginya menjadi elemen-elemen kecil, yang memungkinkan analisis lebih lanjut tentang perilaku struktur.

Analisis stabilitas struktur dengan menggunakan determinan matriks kekakuan tidak hanya memastikan keamanan; itu juga membantu dalam mengoptimalkan desain dan meningkatkan efisiensi material. Sebagai contoh, selama tahap perancangan, analisis determinan dapat membantu mengevaluasi desain alternatif yang paling efisien dari segi penggunaan material. Analisis ini dapat digunakan pada tahap operasional untuk menemukan kerusakan atau kegagalan struktur segera setelah terjadi, sehingga perawatan pencegahan dapat dilakukan.

Banyak kasus kegagalan struktur yang terjadi karena kelalaian atau perhitungan yang tidak akurat menunjukkan betapa pentingnya analisis ini. Terjadi insiden seperti keruntuhan bangunan akibat beban berlebih atau gempa di berbagai negara, termasuk Indonesia, yang menunjukkan bahwa analisis yang lebih mendalam diperlukan. Contoh seperti ini menunjukkan betapa pentingnya menggunakan teknologi kontemporer dalam analisis stabilitas untuk meningkatkan keselamatan dan efisiensi proyek konstruksi.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mempelajari bagaimana determinan matriks kekakuan dapat digunakan untuk menganalisis stabilitas struktur bangunan secara keseluruhan. Penelitian ini akan menunjukkan bagaimana metode ini dapat digunakan untuk memodelkan struktur bangunan yang kompleks, memprediksi perilaku struktural terhadap berbagai gaya, dan mengidentifikasi potensi ketidakstabilan. Ini akan melakukannya dengan menggunakan teknologi komputasi dan metode elemen hingga. Selain itu, penelitian ini akan berkontribusi pada pengembangan teknik untuk optimasi desain yang dapat diterapkan pada berbagai jenis bangunan, baik yang kompleks maupun sederhana.

II. DASAR TEORI

A. Matriks

Matriks adalah susunan elemen berbentuk persegi panjang yang diatur dalam baris dan kolom. Dalam matematika dan teknik, matriks digunakan untuk merepresentasikan data atau hubungan matematis. Dalam teknik sipil, khususnya pada analisis struktur, matriks digunakan untuk memodelkan hubungan antara gaya, perpindahan, dan kekakuan elemen struktur.

Matriks dibedakan menjadi beberapa jenis, di antaranya :

1. Matriks Persegi
   Matriks di mana jumlah baris sama dengan jumlah kolom $(n \times n)$.

2. Matriks Simetris
   Matriks yang elemen-elemen di atas diagonal utama sama dengan elemen-elemen di bawah diagonal utama $(aij = aji)$.

3. Matriks Identitas
   Matriks persegi dengan elemen diagonal utama bernilai 1, sementara elemen lainnya bernilai 0. Matriks ini bersifat netral terhadap perkalian.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gambar 1 Matriks Identitas
Sumber:
https://www.materimatematika.com/2017/10/invers-perkalian-matriks-ordo-3-x-3.html

Operasi matriks yang biasanya digunakan yaitu :

1. Penjumlahan Matriks
   Penjumlahan dilakukan elemen per elemen jika dua matriks memiliki dimensi yang sama.

$$A + B = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 & a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 & a_4 + b_4 \end{bmatrix}$$

Gambar 2 Penjumlahan Matriks
Sumber :
https://www.pijarbelajar.id/blog/operasi-matriks-penjumlahan-pengurangan-dan-perkalian-beserta-contoh-soalnya

2. Perkalian Matriks
   Perkalian matriks $A \cdot B$ dilakukan dengan mengalikan elemen baris A dengan elemen kolom B.

$$Cij = \sum_{k=1}^{n} Aik \cdot Bkj$$

3. Invers Matriks
   Invers matriks A^{-1} hanya ada jika determinan matriks tidak nol. Sifat invers :

$$AA^{-1} = A^{-1} A = I$$

B. Determinan Matriks

Determinan adalah bilangan skalar yang dihitung dari suatu matriks persegi. Determinan memberikan informasi penting tentang sifat matriks, seperti apakah matriks tersebut singular (tidak memiliki invers) atau tidak. Determinan juga digunakan untuk memeriksa stabilitas sistem dalam analisis struktur.

Metode perhitungan determinan matriks adalah sebagai berikut :

1. Untuk matriks 2 x 2

$$\det(A) = a11 \cdot a22 - a21 \cdot a\ 12$$

2. Ekspansi kofaktor
   Untuk matriks kecil (n≤4n). Menggunakan minor dan kofaktor untuk menghitung determinan.

$$\det(A) = \sum_{i=0}^{n} aij \cdot (-1)^{1+j} \cdot \det(Mij)$$

3. Operasi baris elementer

$$\det(A) = (-1)^s \prod_{i=1}^{n} u_{ii}$$

   di mana s adalah jumlah pertukaran baris dan uii adalah elemen diagonal.

C. Matriks Kekakuan

Matriks kekakuan (K) merepresentasikan hubungan gaya (F) dan perpindahan (u) dalam suatu sistem struktur, dirumuskan sebagai:

$$F = K \cdot u$$

Komponen matriks kekakuan elemen untuk batang 1 dimensi adalah :

$$Ke = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dimana E adalah modulus elastisitas elemen, A adalah luas penampang elemen, dan L adalah panjang elemen

Matriks kekakuan elemen-elemen kecil digabungkan menjadi matriks kekakuan global (Kg) melalui proses penjumlahan elemen yang bersinggungan.

D. Stabilitas Struktur

Stabilitas struktur adalah kemampuan sistem untuk tetap dalam keadaan setimbang di bawah pengaruh gaya eksternal tanpa mengalami keruntuhan.

Sebuah struktur dikatakan stabil jika $\det(K) \neq 0$. Jikan $\det(K) = 0$, maka menandakan mekanisme bebas dalam sistem dengan kata lain struktur tidak stabil

Faktor-faktor yang mempengaruhi stabilitas :

1. Sifat material atau elemen (E)
2. Dimensi elemen (A dan L)
3. Kondisi batas (fixed, free).

III. PEMBAHASAN

Untuk menentukan apakah sebuah struktur bangunan stabil, maka dibuat sebuah program Python sederhana yang mampu menghitung matriks kekakuan serta mengevaluasi apakah struktur tersebut stabil atau tidak.

A. Penjelasan Program

Program ini dirancang untuk mengevaluasi stabilitas struktur bangunan berdasarkan konsep matriks kekakuan. Program menerima input dari pengguna untuk menyusun matriks kekakuan global, menerapkan kondisi batas, dan mengevaluasi kestabilan struktur menggunakan determinan matriks kekakuan.

1. Input Data

Langkah pertama adalah pengguna akan diminta untuk memberikan data yang diperlukan, yaitu jumlah node, elemen, parameter material, kondisi batas, dan gaya eksternal. Data ini digunakan untuk menyusun struktur yang akan dianalisis.

```
  n_nodes = int(input("Masukkan jumlah node: "))
  n_elements = int(input("Masukkan jumlah elemen: "))

  elements = []
  print("Masukkan elemen (node awal dan akhir):")
  for _ in range(n_elements):
      start, end = map(int, input("Node awal, Node akhir: ").split())
      elements.append((start, end))

  E = float(input("Masukkan modulus elastisitas material (Pa): "))
  A = float(input("Masukkan luas penampang elemen (m^2): "))
  L = float(input("Masukkan panjang elemen (m): "))

  fixed_nodes = list(map(int, input("Masukkan node tetap (dipisahkan dengan spasi): ").split()))
  fixed_nodes = [node - 1 for node in fixed_nodes]
```

```
  forces = np.zeros(n_nodes)
  print("Masukkan gaya eksternal pada setiap node (dalam Newton, jika tidak ada gaya masukkan 0):")
  for i in range(n_nodes):
    forces[i] = float(input(f"Node {i + 1}: "))
```

Dalam program sederhana ini, pengguna diminta untuk memasukkan jumlah total node dan elemen dalam struktur untuk menentukan ukuran sistem yang akan dianalisis. Node berfungsi sebagai titik penghubung dalam struktur, sedangkan elemen adalah balok atau batang yang menghubungkan node-node tersebut. Koneksi antar node ditentukan dalam bentuk pasangan node awal dan akhir untuk setiap elemen. Sebagai contoh, elemen yang menghubungkan Node 1 dan Node 2 akan dimasukkan sebagai pasangan (1, 2). Informasi ini memungkinkan program untuk memetakan hubungan antar elemen dalam struktur.

Selanjutnya, pengguna memberikan parameter material seperti modulus elastisitas (E), luas penampang (A), dan panjang elemen (L). Modulus elastisitas (E) mengukur kekakuan material, yaitu sejauh mana material dapat kembali ke bentuk semula setelah mengalami deformasi, seperti yang terjadi pada baja atau beton. Luas penampang (A) memengaruhi ketahanan elemen terhadap deformasi dengan menentukan kekakuannya. Panjang elemen (L) menunjukkan jarak fisik antara dua node yang terhubung. Ketiga parameter ini secara bersama-sama menentukan sifat kekakuan dari setiap elemen struktur.

Selain itu, pengguna diminta menentukan node tetap, yaitu titik-titik dalam struktur yang tidak dapat bergerak, seperti pondasi bangunan. Node tetap ini dimasukkan dalam bentuk daftar node yang posisinya tidak berubah selama proses analisis. Terakhir, pengguna memasukkan gaya eksternal (F) yang bekerja pada setiap node, termasuk gaya seperti gravitasi, angin, atau faktor lingkungan lainnya. Setiap node memerlukan input nilai gaya, meskipun nilainya nol, untuk memberikan gambaran lengkap tentang distribusi beban.

2. Menghitung Matriks Kekakuan

Setiap elemen memiliki matriks kekakuan sendiri yang dihitung berdasarkan parameter material dan panjang elemen. Matriks kekakuan elemen (Ke) berbentuk:

$$Ke = \frac{EA}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
  def element_stiffness_matrix(E, A, L):
      k = (E * A) / L
      return np.array([
          [k, -k],
          [-k, k]
     ])
```

Fungsi program ini menerima modulus elastisitas (E), luas penampang (A), dan panjang elemen (L) untuk menghitung kekakuan lokal elemen.

3. Matriks Kekakuan Global

Setelah matriks kekakuan elemen dihitung, semua matriks elemen digabungkan menjadi matriks kekakuan global (Kg). Matriks kekauan global ini mencerminkan kekakuan keseluruhan struktur.

```
def assemble_global_stiffness(n_nodes, elements, E, A, L):
    K_global = np.zeros((n_nodes, n_nodes))
    for element in elements:
        node_start, node_end = element
        k_local = element_stiffness_matrix(E, A, L)
        K_global[node_start - 1][node_start - 1] += k_local[0][0]
        K_global[node_start - 1][node_end - 1] += k_local[0][1]
        K_global[node_end - 1][node_start - 1] += k_local[1][0]
        K_global[node_end - 1][node_end - 1] += k_local[1][1]
    return K_global
```

Matriks kekakuan global (Kg) diinisialisasikan sebagai matriks kosong berukuran $n \times n$ di mana n merepresentasikan jumlah total node dalam struktur. Matriks ini secara bertahap diisi dengan nilai-nilai yang berasal dari matriks kekakuan elemen (Ke), yang mencerminkan kontribusi setiap elemen terhadap kekakuan keseluruhan struktur.

Untuk setiap elemen dalam struktur, program menghitung matriks kekakuan elemen (Ke) berdasarkan parameter material, yaitu modulus elastisitas (E), luas penampang (A), dan panjang elemen (L). Setiap elemen hanya menghubungkan dua node (node awal dan node akhir) sehingga matriks kekakuan elemen berbentuk matriks 2×2. Setelah matriks kekakuan elemen dihitung, nilai-nilai dari matriks ini ditempatkan ke posisi tertentu dalam matriks kekakuan global (Kg).

Penempatan nilai-nilai tersebut ditentukan berdasarkan node awal dan node akhir dari elemen yang bersangkutan. Baris dan kolom yang relevan dalam Kg diperbarui dengan menambahkan kontribusi dari Ke. Proses ini memastikan bahwa setiap elemen menyumbangkan kekakuannya pada node-node yang terhubung, sehingga menghasilkan representasi menyeluruh terhadap kekakuan total struktur.

Melalui pendekatan ini, matriks kekakuan global berkembang menjadi model komprehensif yang mencakup semua elemen dalam struktur, termasuk interaksi dan kontribusi masing-masing elemen terhadap sistem secara keseluruhan sehingga analisis stabilitas dan deformasi dapat dilakukan dengan akurat, berdasarkan sifat material dan hubungan antar node yang ada dalam struktur.

4. Kondisi Batas

Kondisi batas diterapkan untuk memastikan node tetap tidak bergerak ($u = 0$). Ini dilakukan dengan mengatur elemen baris dan kolom pada node tetap menjadi nol, kecuali elemen diagonal.

```
def apply_boundary_conditions(K_global, forces, fixed_nodes):
    for node in fixed_nodes:
        K_global[node, :] = 0
        K_global[:, node] = 0
        K_global[node, node] = 1
        forces[node] = 0
    return K_global, forces
```

Node tetap atau titik-titik yang tidak bergerak dalam struktur, adalah node yang tidak dibolehkan untuk bergerak. Node-node ini biasanya terhubung langsung ke komponen kaku seperti fondasi atau elemen pendukung. Dalam program, pembatasan ini diterapkan dengan menyesuaikan matriks kekakuan global (Kg) dan vektor gaya eksternal (F). Untuk setiap node tetap, baris dan kolom yang sesuai dalam Kg diatur menjadi nol, memastikan tidak ada perhitungan gerakan atau interaksi pada node tersebut. Kemudian, elemen diagonal utama pada baris dan kolom tersebut diatur menjadi satu (1) untuk memastikan bahwa perpindahan pada node tetap terkunci di nol (u =0). Selain itu, gaya eksternal yang bekerja pada node tetap juga diatur menjadi nol, karena gaya ini tidak menyebabkan gerakan pada titik-titik tersebut.

Penambahan kondisi batas ini sangat penting untuk mensimulasikan perilaku struktur secara nyata. Dalam kenyataannya, bagian dari struktur seperti fondasi atau tiang penyangga tidak akan bergerak meskipun beban diterapkan. Tanpa pembatasan ini, program kemungkinan akan mengasumsikan bahwa struktur dapat bergerak bebas, yang dapat menghasilkan hasil yang tidak realistis, seperti perpindahan tak terbatas atau sistem yang tidak stabil. Dengan mendefinisikan node tetap, analisis dapat fokus pada bagaimana bagian-bagian lain dari struktur, seperti balok atau batang, merespons gaya yang diberikan.

Kondisi batas ini juga membantu mengidentifikasi area dalam struktur yang mungkin rentan atau memerlukan penguatan. Sebagai contoh, program dapat menunjukkan bagaimana beban didistribusikan dan apakah ada bagian struktur yang mengalami tekanan berlebih. Selain itu, penerapan kondisi batas memastikan bahwa sistem persamaan yang digunakan untuk menghitung perpindahan ($K \cdot u = F$) memberikan hasil yang konsisten dan akurat, sehingga analisis lebih dapat diandalkan dan sesuai untuk kebutuhan desain di dunia nyata.

5. Evaluasi Stabilitas

Program menghitung determinan matriks kekakuan global untuk mengevaluasi stabilitas.

```
determinant = np.linalg.det(K_global_bc)
print("\nDeterminan Matriks Kekakuan Global:", determinant)

if abs(determinant) < 1e-10:
    print("Kesimpulan: Struktur tidak stabil.")
```

```
  else:
    print("Kesimpulan: Struktur stabil.")
```

Determinan dari matriks kekakuan global (Kg) adalah indikator utama untuk menentukan stabilitas struktur. Nilai determinan memberikan informasi tentang apakah matriks Kg bersifat singular atau nonsingular. Jika determinan Kg bernilai nol ($\det(Kg) = 0$), struktur dianggap tidak stabil. Hal ini menunjukkan bahwa matriks Kg tidak memiliki invers, yang secara fisik merepresentasikan adanya mekanisme bebas dalam struktur, seperti pergerakan tanpa hambatan atau kegagalan dalam mendistribusikan gaya. Struktur dengan determinan nol berisiko mengalami keruntuhan atau deformasi yang tidak terkendali ketika dikenai gaya eksternal.

Sebaliknya, jika determinan Kg tidak nol ($\det(Kg) \neq 0$), struktur dianggap stabil. Dalam kondisi ini, matriks Kg memiliki invers, yang berarti struktur mampu menahan beban eksternal dan mendistribusikan gaya dengan baik ke seluruh elemen tanpa kehilangan keseimbangan. Struktur stabil menunjukkan bahwa gaya eksternal menghasilkan perpindahan yang terkontrol sesuai dengan kekakuan material dan koneksi antar node. Penilaian stabilitas melalui determinan ini menjadi dasar penting dalam analisis struktur untuk memastikan keamanan dan kinerja bangunan di dunia nyata.

6. Perhitungan Deformasi

Jika struktur stabil, program menyelesaikan sistem persamaan linear untuk menghitung deformasi (u) pada setiap node. Menghitung deformasi sangat penting dalam analisis struktur untuk memahami bagaimana bangunan merespons beban yang diterapkan, seperti gaya gravitasi, angin, atau beban dinamis lainnya.

Deformasi menggambarkan perubahan posisi atau perpindahan node dalam struktur akibat gaya eksternal. Dengan menghitung deformasi, insinyur dapat memastikan bahwa perpindahan yang terjadi masih berada dalam batas toleransi yang aman untuk mencegah kerusakan material, ketidakstabilan, atau bahkan keruntuhan struktur. Analisis ini juga membantu mengidentifikasi bagian-bagian struktur yang mengalami tekanan atau tegangan terbesar, sehingga langkah perbaikan atau optimalisasi desain dapat dilakukan.

Secara praktis, hasil deformasi memberikan informasi penting tentang kenyamanan dan keamanan struktur bagi pengguna. Misalnya, pada jembatan atau gedung bertingkat, deformasi yang terlalu besar dapat menyebabkan getaran atau keretakan yang mengganggu fungsi dan keselamatan. Analisis deformasi juga memastikan bahwa struktur memiliki kekuatan dan kekakuan yang cukup untuk memenuhi persyaratan desain, sekaligus memprediksi kinerja struktur di dunia nyata. Dengan menghitung deformasi, insinyur dapat memvalidasi desain dan memastikan struktur yang kuat, stabil, dan nyaman digunakan.

```
  if abs(determinant) >= 1e-10:
      displacements = np.linalg.solve(K_global_bc, forces_bc)
      print("\nDeformasi pada tiap node (meter):")
      print(displacements)
```

Fungsi ini digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan $K \cdot u = F$.

B. Implementasi dan Analisis

Sebagai contoh, struktur yang dianalisis dalam implementasi ini memiliki 4 node dan 3 elemen. Setiap elemen menghubungkan dua node, dengan Node 1 terhubung ke Node 2, Node 2 terhubung ke Node 3, dan Node 3 terhubung ke Node 4. Struktur ini menggambarkan sistem linear sederhana yang terdiri dari elemen-elemen batang. Parameter material yang digunakan adalah modulus elastisitas (E) sebesar 200×10^9 Pa, merepresentasikan sifat material baja yang memiliki kekakuan tinggi. Luas penampang elemen (A) adalah 0.01 m^2, dan panjang masing-masing elemen (L) adalah 2 m

Node 1 dalam struktur dianggap sebagai node tetap, terhubung ke fondasi, sehingga tidak mengalami perpindahan. Gaya eksternal diberikan pada Node 4 sebesar 500N, sedangkan Node 1, Node 2, dan Node 3 tidak menerima gaya eksternal (0N). Pengaturan ini memungkinkan analisis distribusi gaya, kekakuan, dan deformasi pada node lainnya. Struktur ini dibuat untuk menggambarkan bagaimana setiap elemen berkontribusi dalam mendistribusikan beban secara keseluruhan serta menunjukkan pengaruh kondisi batas terhadap stabilitas dan respons struktur. Melalui implementasi ini, stabilitas akan dianalisis menggunakan determinan matriks kekakuan global, sementara deformasi dihitung untuk memastikan bahwa respons struktur tetap berada dalam batas toleransi yang aman.

Berikut inputnya ke program :

```
Masukkan jumlah node: 4
Masukkan jumlah elemen: 3
Masukkan elemen (node awal dan akhir):
Node awal, Node akhir: 1 2
Node awal, Node akhir: 2 3
Node awal, Node akhir: 3 4
Masukkan modulus elastisitas material (Pa): 200e9
Masukkan luas penampang elemen (m^2): 0.01
Masukkan panjang elemen (m): 2
Masukkan node tetap (dipisahkan dengan spasi): 1
Masukkan gaya eksternal pada setiap node (dalam Newton, jika tidak ada gaya masukkan 0):
Node 1: 0
Node 2: 0
Node 3: 0
Node 4: 500
```

Gambar 3 Input Program
Sumber : Arsip Pribadi

Setelah data diinputkan, maka diperoleh matriks kekakuan global sebelum kondisi batas sebagai berikut:

```
Matriks Kekakuan Global (sebelum kondisi batas):
[[ 1.e+09 -1.e+09  0.e+00  0.e+00]
 [-1.e+09  2.e+09 -1.e+09  0.e+00]
 [ 0.e+00 -1.e+09  2.e+09 -1.e+09]
 [ 0.e+00  0.e+00 -1.e+09  1.e+09]]
```

Gambar 4 Matriks Kekakuan Global Sebelum Kondisi Batas
Sumber : Arsip Pribadi

Sebelum kondisi batas diterapkan, matriks kekakuan global merepresentasikan kekakuan keseluruhan sistem tanpa mempertimbangkan batasan fisik seperti node tetap. Matriks ini menunjukkan bagaimana node saling berinteraksi melalui elemen batang penghubung. Nilai positif pada diagonal ($1.e$+09, $2.e$+09) menggambarkan kekakuan masing-masing node terhadap gaya eksternal yang bekerja langsung pada node tersebut. Sementara itu, nilai negatif di luar diagonal ($-1.e$+09) merepresentasikan kekuatan interaksi antara node-node yang terhubung. Distribusi kekakuan yang konsisten ini menunjukkan bahwa sifat material terdistribusi secara merata di seluruh elemen struktur.

Matriks kekakuan setelah ditambah kondisi batas :

```
Matriks Kekakuan Global (setelah kondisi batas):
[[ 1.e+00  0.e+00  0.e+00  0.e+00]
 [ 0.e+00  2.e+09 -1.e+09  0.e+00]
 [ 0.e+00 -1.e+09  2.e+09 -1.e+09]
 [ 0.e+00  0.e+00 -1.e+09  1.e+09]]
```

Gambar 5 Matriks Kekakuan Global Setelah Kondisi Batas
Sumber : Arsip Pribadi

Setelah kondisi batas diterapkan, matriks kekakuan global diperbarui untuk mencerminkan bahwa Node 1 adalah node tetap yang tidak dapat bergerak. Baris dan kolom pertama diatur menjadi nol, kecuali elemen diagonal utama yang diatur ke $1.e$+00. Penyesuaian ini memastikan bahwa perpindahan pada Node 1 tetap nol ($u1 = 0$). Matriks kekakuan yang telah dimodifikasi ini menunjukkan bagaimana kekakuan elemen-elemen lainnya menyesuaikan dengan batasan fisik yang diterapkan, sambil tetap mempertahankan distribusi kekakuan yang mencerminkan interaksi antarelemen, serupa dengan keadaan sebelum kondisi batas diterapkan.

Dari matriks kekakuan global yang telah dihitung, maka diperoleh nilai determinannya sebagai berikut :

```
Determinan Matriks Kekakuan Global: 9.999999999999978e+26
Kesimpulan: Struktur stabil.

Deformasi pada tiap node (meter):
[0.0e+00 5.0e-07 1.0e-06 1.5e-06]
```

Gambar 6 Determinan Matriks dan Deformasi Struktur
Sumber : Arsip Pribadi

Determinan matriks kekakuan global setelah kondisi batas adalah 9.999999999999978 $\times 10^{26}$, yang merupakan nilai positif dan sangat besar. Nilai ini mengindikasikan bahwa matriks kekakuan global tidak singular ($\det(Kg) \neq 0$) sehingga struktur dinyatakan stabil. Struktur yang stabil menunjukkan bahwa sistem mampu menahan gaya eksternal tanpa mengalami keruntuhan atau pergerakan tak terkendali.

Determinan yang diperoleh tidak bernilai 0, maka deformasi struktur dapat dibuat. Perhitungan deformasi menghasilkan nilai perpindahan berikut (dalam meter):

Node 1: 0.0 (tetap, sesuai dengan kondisi batas).
Node 2: 5.0×10^{-7}
Node 3: 1.0×10^{-6}
Node 4: 1.5×10^{-6}

Nilai deformasi yang kecil menunjukkan bahwa struktur mampu mendistribusikan gaya eksternal secara efektif melalui elemen-elemen batang. Node 4, yang menerima gaya sebesar 500 N, menunjukkan perpindahan terbesar (1.5×10^{-6} m), sementara node-node lainnya mengalami perpindahan yang lebih kecil. Hasil ini konsisten dengan ekspektasi bahwa deformasi akan meningkat seiring dengan jarak dari node tetap (Node 1).

V. KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil mengimplementasikan analisis stabilitas struktur menggunakan determinan matriks kekakuan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa matriks kekakuan global memberikan representasi yang akurat tentang interaksi antar elemen dalam struktur. Determinan digunakan untuk mengevaluasi stabilitas, di mana nilai positif dan besar menunjukkan bahwa struktur stabil dan mampu menahan gaya eksternal. Perhitungan deformasi juga memastikan bahwa respons struktur berada dalam batas aman, memberikan informasi penting tentang perpindahan node akibat beban. Menurut penelitian ini, metode ini dapat diterapkan pada berbagai jenis struktur, dari yang sederhana hingga yang kompleks untuk meningkatkan efisiensi desain dan keselamatan konstruksi.

VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, penulis mengungkapkan rasa syukur dan mengaturkan puji yang setinggi-tingginya kepada Allah SWT yang dengan rahmat-Nya, penulis mendapatkan kemudahan dan kelancaran dalam menyelesaikan makalah ini dengan baik.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung, atas dukungan dan fasilitas yang telah diberikan.

Ucapan terima kasih juga ditujukan kepada dosen pengampu mata kuliah IF2123 Aljabar Linier dan Geometri kelas K01, Bapak Ir. Rila Mandala dan Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir yang dengan bimbingannya selama perkuliahan, penulis mampu menyelesaikan makalah ini dengan baik.

Terakhir, ucapan terima kasih ditujukan kepada orang tua dan rekan-rekan penulis yang memberikan semangat dan dukungan selama pengerjaan makalah ini.

REFERENCES

[1] A. K. Chopra, Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2007.W.-K. Chen, *Linear Networks and Systems* (Book style). Belmont, CA: Wadsworth, 1993, pp. 123–135.

[2] A. J. Gil, "Finite element analysis of structures under complex loading," International Journal of Solids and Structures, vol. 48, no. 7, pp. 1089–1100, Mar. 2011.B. Smith, "An approach to graphs of linear forms (Unpublished work style)," unpublished.

[3] JagoStat, "Menghitung determinan matriks menggunakan metode ekspansi kofaktor," *JagoStat*, [Online]. Tersedia: https://jagostat.com/aljabar-linear/menghitung-determinan-matriks-menggunakan-metode-ekspansi-kofaktor. [Diakses: 27-Dec-2024].

[4] JagoStat, "Menghitung determinan matriks menggunakan metode operasi baris elementer," *JagoStat*, [Online]. Tersedia: https://www.jagostat.com/aljabar-linear/menghitung-determinan-matriks-menggunakan-metode-operasi-baris-elementer. [Diakses: 27-Dec-2024].

[5] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 6th ed. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2005.
[6] R. D. Cook, D. S. Malkus, and M. E. Plesha, Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 4th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2007.
[7] Z. Fang and P. Liu, "Matrix methods in structural mechanics: Theory and application," Journal of Structural Engineering, vol. 143, no. 6, pp. 04017054, June 2017.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 1 Januari 2025

Ferdin Arsenarendra Purtadi 13523117